

В случае необходимости итерационный процесс можно было бы продолжить и получить более близкое приближение к искомым величинам.

Заметим, что в случаях, подобных рассмотренному выше, когда меняются параметры лишь одного из ограничений, поправки ΔX можно получить значительно проще, используя взаимную пропорциональность столбцов $P_0^{(k+1)}$ и $P_0^{(k)}$; $\Delta X^{(k+1)}$ и $\Delta X^{(k)}$, т. е. $P_0^{(k+1)} = qP_0^{(k)}$; $\Delta X^{(k+1)} = q\Delta X^{(k)}$.

Имеются две возможности применения предлагаемой методики отыскания поправок:

1) когда более точные и надежные исходные данные стали доступны уже после того, как задача была решена.

2) когда необходимо оценить влияние неустранимой погрешности исходных данных на точность определения искомым величин.

Первый случай встречается в практике довольно часто, причем иногда к моменту, когда поступает дополнительная информация об исходных данных, уже нет под руками материалов, относящихся к решению задачи (перфокарт, перфолент или других носителей информации, если она решалась вручную). Но если сохранилась матрица B^{-1} , то этого достаточно, чтобы вычислить ΔX , пользуясь непосредственно соотношением (6). Поэтому после решения любой задачи симплексным методом полезно выписывать не только столбец результатов X , но также и матрицу B^{-1} , тем более, что информация, заключенная в ней, может оказать помощь при экономико-математическом анализе решения.

Вторая возможность применения описанной методики представляется нам не менее важной. Нередки еще случаи, когда, имея весьма приближенные исходные данные с одной-двумя верными цифрами, вычисляют неизвестные с семью-восемью цифрами, создавая этим иллюзию, будто точность получения неизвестных зависит лишь от количества удержанных при вычислениях знаков. Между тем из теории вычислений с приближенными числами известно, что результат, вообще говоря, нельзя получить точнее, чем исходные данные.

Численно оценить влияние погрешностей исходных данных на переменные поможет предлагаемая методика. Если о коэффициентах при переменных известно лишь, что это числа округленные, то можно положить их ошибку равной $\pm 0,5$ единицы последнего знака. Тогда элемент Δx_i столбца ΔX примерно будет характеризовать предельную ошибку переменной $\tilde{x}_i$, вызванную округлением коэффициентов при переменных.

Уточненные значения переменных, найденные с применением методики, будут допустимыми, если

$$\Delta X \geq -X, \quad (10)$$

и оптимальными, если

$$(\tilde{w} + \Delta w)A_0 \leq c, \quad (11)$$

где A_0 — изменившаяся матрица условий задачи (1) — (3). Одновременное выполнение (10) и (11) является условием применимости методики. Для нашего примера выполнение условия (9) очевидно, а также

$$(\tilde{w} + \Delta w)A_0 = (-0,154; 1; -3; -0,769; -0,308; 0) \leq c = (0; 1; -3; 0; 2; 0).$$

Следовательно, план $X + \Delta X$ есть оптимальный план измененной задачи (1) — (3).

Поступила в редакцию
2 XII 1965

ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОЙ ВНУТРИХОЗЯЙСТВЕННОЙ ОРГАНИЗАЦИИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОРОСИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

В. А. КАРДАШ, В. Г. ПРЯЖИНСКАЯ
(Новосибирск)

Обычно планирование в сельском хозяйстве ведется в расчете на средненормальные для данного района погодные условия. Все отклонения от них, случающиеся особенно часто в зонах неустойчивого увлажнения, делают планово-экономические расчеты практически малопригодными.

Учет случайных факторов особенно существен в расчетах по орошаемому земледелию. В приведенной ниже модели, построенной на основе линейного программирования [1], предлагается использовать при оптимальном перспективном планирова-

нии орошения многолетние статистические данные метеослужб для характеристики частот повторения разных условий естественного увлажнения. Каждое из этих условий для конкретного района сопоставляется с урожайностью на богаре и системой нормативов затрат, которые зависят от технологии орошения, диктуемой условиями погоды, так как затраты на поливы и другие связанные с ними работы целиком определяются степенью засушливости года. Плановые расчеты (балансовые, стоимостные) проводятся для каждого из возможных случаев с учетом вероятности их повторения.

Критерий эффективности орошения — дополнительный чистый доход (ДЧД) от орошения по хозяйствам, обслуживаемым оросительной системой. Однако в качестве целевой функции задачи необходимо взять общий чистый доход (ЧД). Если орошение выгодно, то ЧД будет максимизироваться за счет максимизации ДЧД. Так как наибольший чистый доход должен быть получен при любых условиях естественного увлажнения, то ищется максимум его математического ожидания. Выбор числа возможных исходов естественного увлажнения определяется различными соображениями [2]. Для простоты мы рассматриваем три годовых исхода: относительно влажный, средний и засушливый; исходы являются независимыми случайными событиями.

Изучаются следующие резервы повышения экономической эффективности орошаемого земледелия: 1) более обоснованная специализация хозяйств, 2) установление правильной структуры посевных площадей как на поливных, так и на богарных землях, 3) наиболее выгодное распределение между хозяйствами воды из источников орошения, 4) выбор наиболее экономичных способов и техники полива, 5) определение направлений капиталовложений в хозяйствах (зарегулирование водного стока, мероприятия по рассолению земель, закупка дождевальной техники, расширение ирригационной сети и т. п.). Ресурсы и производственные условия каждого хозяйства (или административного района для крупной системы) учитываются в ограничениях.

Математическая формулировка задачи такова: найти максимум линейной формы

$$L(x_{ijk}) = L_1 + L_2 + L_3, \quad (1)$$

где

$$L_l = p_l \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{m_1} \sum_{j=0}^{n_1} c_{ijk}^{(l)} x_{ijk}, \quad l = 1, 2, 3,$$

L_l — функция, выражающая чистый доход по системе в целом в l -й исход естественного увлажнения; p_l — вероятности повторения каждого исхода; $x_{ijk}^{(l)}$ — искомые показатели плана использования оросительной системы: площадь под i -й культурой либо севооборотом при j -м варианте орошения; $j = 0$ — вариант без орошения; поголовье i -го вида скота при j -м варианте кормления; i -е направление капиталовложений при j -м варианте их использования в k -м хозяйстве в случае l -го исхода; m_1 — число орошаемых культур, возделываемых в хозяйстве; n_1 — число способов орошения; k — число хозяйств; $c_{ijk}^{(l)}$ — чистый доход в расчете на 1 га.

Перечислим основные ограничения задачи.

а) Площадь богарных S_k и ирригационно подготовленных земель S_k' (эта величина может быть переменной, зависящей от суммы капиталовложений):

$$\sum_{i=1}^{m_1} x_{i0k}^{(l)} \leq S_k, \quad \sum_{i=1}^{m_1} \sum_{j=1}^{n_1} x_{ijk}^{(l)} \leq S_k'; \quad k = 1, 2, \dots, K; \quad l = 1, 2, 3. \quad (2)$$

б) Равенство площадей при разных исходах естественного увлажнения

$$\sum_{j=0}^{n_1} x_{ijh}^{(1)} = \sum_{j=0}^{n_1} x_{ijh}^{(2)} = \sum_{j=0}^{n_1} x_{ijh}^{(3)}; \quad i = 1, 2, \dots, m_1; \quad k = 1, 2, \dots, K. \quad (3)$$

Условия (3) означают, что структура посевных площадей в хозяйствах остается постоянной при любом годовом исходе естественного увлажнения. Эти ограничения необходимы, так как в период посева неизвестно, как сложатся погодные условия, а существенно менять структуру посевов в течение года нельзя. Учет условий (3) и блочное представление в модели производственных условий в разные по засушливости периоды позволяют в результате решения задачи получить структуру посевов, наиболее приспособленную к закономерностям погоды данного района.

в) Водопотребление. Ресурсы воды $Q^{(l)}$ могут быть также переменной величиной, зависящей от капиталовложений на реконструкцию и расширение ирригационной сети:

L		K	$\bar{X}$	Линейная форма $\bar{C}$	Ограничения по равенству площадей																Ограничения по равенству площадей								
					по 1-му и 2-му исходам								по 2-му и 3-му исходам																
					хозяйство №1				...				хозяйство №K				хозяйство №1					...				хозяйство №K			
					культуры				культуры				культуры				культуры					культуры							
								1	2	...	m_1	...	1	2	...	m_1	1	2	...	m_1	...	1	2	...	m_1	...			
1-й исход	хозяйство №1	X_{11}	C_{11}^1	1																									
		X_{12}	C_{12}^1	1																									
		...	...	...																									
		X_{1n}	C_{1n}^1	1																									
		X_{21}	C_{21}^1		1																								
		...	...		...																								
		X_{2n}	C_{2n}^1		1																								
		...	...																										
		$X_{m_1,1}$	$C_{m_1,1}^1$				1																						
		$X_{m_1,2}$	$C_{m_1,2}^1$				1																						
2-й исход	хозяйство №K	...	...																										
		X_{11}	C_{11}^1							1																			
		X_{12}	C_{12}^1							1																			
		...	...							...																			
		X_{1n}	C_{1n}^1							1																			
		X_{21}	C_{21}^1								1																		
		...	...								...																		
		X_{2n}	C_{2n}^1									1																	
		...	...									...																	
		$X_{m_1,1}$	$C_{m_1,1}^1$										1																
...	...										...																		
$X_{m_1,n}$	$C_{m_1,n}^1$										1																		
$X_{m_1+1,1}$	0											1																	
...	...											...																	
X_{m_1+1,n_1}	0												0																
...	...											...																	
X_{m_1+2}	0												0																
3-й исход	хозяйство №1	X_{11}	C_{11}^2	-1																									
		...	...	...																									
		X_{1n}	C_{1n}^2	-1																									
		X_{21}	C_{21}^2		-1																								
		...	...		...																								
		X_{2n}	C_{2n}^2		-1																								
		...	...		...																								
		$X_{m_1,1}$	$C_{m_1,1}^2$				-1																						
		...	...				...																						
		$X_{m_1,n}$	$C_{m_1,n}^2$				-1																						
$X_{m_1+1,1}$	0																												
...	...																												
X_{m_1+1,n_1}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
4-й исход	хозяйство №K	...	...																										
		X_{11}	C_{11}^2																										
		X_{12}	C_{12}^2																										
		...	...																										
X_{1n}	C_{1n}^2																												
X_{21}	C_{21}^2																												
...	...																												
X_{2n}	C_{2n}^2																												
...	...																												
$X_{m_1,1}$	$C_{m_1,1}^2$																												
...	...																												
$X_{m_1,n}$	$C_{m_1,n}^2$																												
$X_{m_1+1,1}$	0																												
...	...																												
X_{m_1+1,n_1}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												
...	...																												
X_{m_1+2}	0																												

[illegible]

Ограничения по составлению			1-й исход			2-й исход			3-й исход		
			ограничения по воде	возрастание № 1	... возрастание № K	ограничения по воде	возрастание № 1	... возрастание № K	ограничения по воде	возрастание № 1	... возрастание № K
			q_{11} q_{12} ... q_{1n} q_{21} ... q_{2n}	$A_1^{(1)}$							
			...								
			$q_{m,n}$...								
			0								
			q_{11} q_{12} ... q_{1n} q_{21} ... q_{2n} ... $q_{m,n}$ 0	A_1							
			...								
			0								
			...								
			q_{11} q_{12} ... q_{1n} q_{21} ... q_{2n} ... $q_{m,n}$ 0	$A_1^{(K)}$							
			...								
			0								
			...								
			q_{11}^2 ... q_{1n}^2 q_{21}^2 ... q_{2n}^2 ... $q_{m,n}^2$ 0	$A_2^{(1)}$							
			...								
			0								
			...								
			q_{11}^2 ... q_{1n}^2 q_{21}^2 ... q_{2n}^2 ... $q_{m,n}^2$ 0	A_2							
			...								
			0								
			...								
			q_{11}^2 ... q_{1n}^2 q_{21}^2 ... q_{2n}^2 ... $q_{m,n}^2$ 0	$A_2^{(K)}$							
			...								
			0								
			...								
			$q_{11}^{(3)}$... $q_{1n}^{(3)}$ $q_{21}^{(3)}$... $q_{2n}^{(3)}$... $q_{m,n}^{(3)}$ 0	$A_3^{(1)}$							
			...								
			0								
			...								
			$q_{11}^{(3)}$... $q_{1n}^{(3)}$ $q_{21}^{(3)}$... $q_{2n}^{(3)}$... $q_{m,n}^{(3)}$ 0	$A_3^{(K)}$							
			...								
			0								
			...								
			$\geq$	$\geq$	...						
H_1	$Q^{(1)}$	$\bar{B}_1^{(1)}$	$\bar{B}_1^{(K)}$	$Q_1^{(2)}$	$\bar{B}_2^{(1)}$	$\bar{B}_2^{(K)}$	$Q^{(3)}$	$\bar{B}_3^{(1)}$	$\bar{B}_3^{(K)}$		

Рис. 1

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{m_1} \sum_{j=1}^{n_1} q_{ijk}^{(l)} x_{ijk}^{(l)} \leq \alpha Q^{(l)} - \sum_{k=1}^K \sum_{i=m_1+1}^m \sum_{j=n_1+1}^n q_{ijk}^{(l)} x_{ijk}^{(l)}, \quad (4)$$

$$l = 1, 2, 3.$$

Здесь α — коэффициент полезного действия системы, $0 < \alpha < 1$, $q_{ijk}^{(l)}$ — нормативы затрат воды на орошение и прочие отрасли хозяйства, которым соответствуют индексы $i = m_1 + 1, \dots, m$, $j = n_1 + 1, \dots, n$.

г) Межхозяйственные условия производства (например, общие задания по выходу продукции, общая сумма выделенных капиталовложений и др.):

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^n a_{ijkv}^{(l)} x_{ijk}^{(l)} \leq B_v^{(l)}, \quad l = 1, 2, 3, v = 1, 2, \dots, N, \quad (5)$$

где $a_{ijkv}^{(l)}$ — нормативы затрат v -го ресурса или выхода v -й продукции (затраты труда в человеко-днях, техники в машино-часах, электроэнергии в киловатт-часах, выход продукции в физических или кормовых единицах и т. д.); $B_v^{(l)}$ — соответствующие ресурсы или задания по продукции.

д) Внутрихозяйственные условия производства (ограничения по труду, технике, кормам, поголовью, по выходу продукции и др.):

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^n a_{ijk\mu}^{(l)} x_{ijk}^{(l)} \leq B_{\mu k}^{(l)}, \quad l = 1, 2, 3; \quad (6)$$

$$k = 1, 2, \dots, K; \quad \mu = 1, 2, \dots, M.$$

е) Неотрицательность показателей плана:

$$\text{все } x_{ijk}^{(l)} \geq 0. \quad (7)$$

Матричная схема модели приведена на рис. 1. Матрица задачи (1)–(7) имеет трехблочную структуру по числу исходов. Каждый из блоков разбивается еще на K подблоков, соответствующих числу хозяйств. Размерность матрицы равна $H \times P$, где

$$H = 3K(m_1 n_1 + m_2 n_2 + \dots + m_r n_r), \quad \sum_{\gamma=1}^r m_{\gamma} = m,$$

$$\sum_{\gamma=1}^r n_{\gamma} = n, \quad P = 2K(m_1 + 3) + 3(1 + N + KM).$$

Здесь H — общее число переменных; P — число ограничений; индекс γ — номер производственной сферы хозяйства: растениеводства, животноводства, строительства; m_{γ} , n_{γ} — число переменных, соответствующих сфере γ хозяйства.

Слагаемое $2Km_1$ в выражении для P равно числу ограничений (3). Если при численной реализации модели возникает затруднение за счет величины P , которая при трех исходах естественного увлажнения. Нормативы и ресурсы по-прежнему учитываются дифференцированно по хозяйствам и исходам. В такой модели число ограничений задачи уменьшится на $2Km_1$ за счет значительного увеличения числа переменных по законам комбинаторики. Возможны и другие приемы, облегчающие численную реализацию модели.

По приведенной модели в СО АН СССР проведены экспериментальные расчеты на конкретных материалах [3]. Решены задача планирования оптимальной организации использования Алейской оросительной системы (Алтайский край) размерностью $H = 158$, $P = 47$, а также задача выбора оптимального варианта строительства оросительной системы при организации орошаемого участка в Ключевском совхозе Алтайского края размерностью $H = 115$, $P = 55$. Обе задачи решены на М-20 по программе [4].

Выполненные расчеты показывают, что при наличии надежных исходных данных по предложенной модели можно проводить эффективный анализ экономики орошения и получать практические выводы.

Авторы признательны академикам Л. В. Канторовичу и П. Я. Кочинной за ценные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Канторович. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М., Изд-во АН СССР, 1960.
2. В. А. Кардаш и В. Г. Пряжинская. О стохастике задач планирования орошаемого земледелия. В сб. Оптимальное планирование, вып. 3. Новосибирск, 1966.
3. В. А. Кардаш, В. Г. Пряжинская. Планирование внутрихозяйственного использования оросительных систем. В сб. Оптимальное планирование, вып. 3. Новосибирск, 1966.
4. Р. А. Звягина. Программа реализации на М-20 модифицированного симплексного метода для решения общей задачи линейного программирования. В сб. Оптимальное планирование, вып. 1. Новосибирск, 1964.

Поступила в редакцию
8 VIII 1964

ЗАДАЧА РАЗМЕЩЕНИЯ МЯСОПЕРЕРАБАТЫВАЮЩИХ ПРЕДПРИЯТИЙ В ГОРНО-АЛТАЙСКОЙ АВТОНОМНОЙ ОБЛАСТИ НА 1970 ГОД

Н. В. КАРПЕЕВА, Т. А. КОСЕНКО

(Москва)

Необходимость постановки и решения задачи по размещению мясоперерабатывающих предприятий в Горно-Алтайской автономной области связана с решением более широкой проблемы — основных направлений развития Горно-Алтайской автономной области на 1970 г.

До 1970 г. сельское хозяйство и его главная отрасль — животноводство будут занимать в народном хозяйстве области основное место, оставаясь также отраслью специализации Горного Алтая в системе Западно-Сибирского экономического района.

В настоящее время в области имеется лишь небольшой мясокомбинат в г. Горно-Алтайске мощностью 5 т в смену, который не может переработать весь скот области. Почти весь скот отправляется на мясокомбинат в г. Бийск, где из-за огромной загрузки комбината в летнее и осеннее время простаивает по нескольку десятков дней в ожидании очереди, в результате чего у стен Бийского комбината имеются самые большие потери живого веса. Кроме того, значительные потери живого веса имеются в пути. Скот из Горно-Алтайской автономной области на переработку доставляется в настоящее время только гоним. В северной части области, резко отличающейся по природным условиям от южной, скот также теряет вес в силу причин, не связанных с организацией перегона. Поэтому в расчетах на 1970 г. по области необходимо учитывать потери веса в пути, связанные с резкой сменой природных условий. Убытки от потерь сырья при доставке его на мясокомбинаты несут колхозы и совхозы Горно-Алтайской автономной области. Все это сдерживает развитие животноводства Горного Алтая, которое должно строиться на промышленной основе, отсутствующей в настоящее время в области.

Национальные интересы области, и сельского хозяйства в частности, требуют всемерного развития промышленности в этом районе. Кроме того, строительство мясокомбината в пределах Горно-Алтайской автономной области необходимо для переработки скота Монгольской народной республики, которая в настоящее время ежегодно составляет около 6 тыс. т мяса в живом весе. Часть скота перегоняется через Горно-Алтайскую автономную область — в Бийск, другая — через Казахстан на Семипалатинский комбинат. Перерабатывать монгольский скот в Бийске выгоднее, чем на Семипалатинском комбинате: себестоимость доставки одной тонны живого веса до Бийска составила в 1963 г. около 22 руб. *, а до Семипалатинска — 36 руб. *.

Таким образом, такие факторы как увеличение сырья в перспективе, сохранение части потерь сырья при перегоне скота и в ожидании очереди, возможности увеличения импорта скота из Монголии определили необходимость постановки задачи и

* По данным годового отчета за 1963 г. Бийской конторы «Скотимпорт».