

ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Немчинов. Экономико-математические методы и модели. Избр. произведения, т. 3. М., «Наука», 1967.
2. Межотраслевой баланс производства и распределения продукции в народном хозяйстве. Тр. научн. совещания о применении матем. методов в экон. исследованиях и планировании (4—8 апреля 1960 г.), т. III. М., Изд-во АН СССР, 1962.
3. А. Г. Аганбегян, В. Д. Белкин и др. Применение математики и электронной техники в планировании. М., Экономиздат, 1961, гл. I—IV.
4. Г. И. Гребцов, А. Г. Гранберг, Б. М. Смехов, Л. И. Смоляр. Основы разработки межотраслевого баланса. М., Экономиздат, 1962.
5. В. С. Дадаян, В. В. Коссов. Баланс экономического района как средство плановых расчетов. М., Изд-во АН СССР, 1962.
6. Межотраслевой баланс производства и распределения продукции экономического района. Под ред. В. В. Коссова. М., «Наука», 1964.
7. Методы планирования межотраслевых пропорций. Под ред. А. Н. Ефимова и Л. Я. Берри. М., «Экономика», 1965.
8. М. Р. Эйдельман. Межотраслевой баланс общественного продукта (теория и практика его составления). М., «Статистика», 1966.
9. В. В. Коссов. Межотраслевой баланс. М., «Экономика», 1966.
10. Проблемы оптимального планирования. Материалы Междунар. научн. семинара по вопросам оптимизации планирования и межотраслевого баланса. Берлин, 5—10 апреля 1965 г. Под ред. А. Н. Ефимова. М., «Экономика», 1966.
11. Межотраслевой баланс экономического района. Методика составления. Под ред. Л. Е. Минца, В. В. Коссова и Э. Ф. Баранова. М., «Наука», 1967.
12. Народное хозяйство СССР в 1960 году. Статист. ежегодник. М., Госстатиздат, 1961.
13. Народное хозяйство СССР в 1961 году. Статист. ежегодник. М., Госстатиздат, 1962.
14. В. С. Немчинов. Теоретические вопросы рационального размещения производительных сил. Вопросы экономики, 1961, № 6.
15. А. А. Модин. Межотраслевой баланс и системы матричных моделей. Вопросы экономики, 1964, № 1.
16. Н. В. Махров. Метод межотраслевого баланса — основа свода низовых планов. В сб. Применение математики в экономических исследованиях. Т. 3. М., «Мысль», 1965.

Поступила в редакцию
15 V 1967

ОБ ИСЧИСЛЕНИИ НОРМЫ ЭФФЕКТИВНОСТИ НА ОСНОВЕ ОДНОПРОДУКТОВОЙ МОДЕЛИ РАЗВИТИЯ ХОЗЯЙСТВА

Л. В. КАНТОРОВИЧ, АЛЬБ. Л. ВАЙНШТЕЙН

(Новосибирск, Москва)

1. ПОЯВЛЕНИЕ И ЗНАЧЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ АНАЛИЗА ПЕРСПЕКТИВНОГО РАЗВИТИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА

Изучение конкретной динамики народного хозяйства в целом началось в буржуазной экономической науке собственно с изучения кризисов, возникших в середине XIX в. и потребовавших как объяснения, так и предвидения. Но кризис исследовался как отдельный момент, как отдельная точка в динамике народного хозяйства, выходящая за пределы обычного или допустимого.

Гениальные модели воспроизводства К. Маркса во втором томе «Капитала» были развернуты на арифметических примерах и не представляли собой по существу математической модели, хотя Маркс, как известно, неоднократно подчеркивал необходимость применения математических методов в экономических исследованиях. В частности, Маркс хотел вывести математическим путем главные законы кризисов, но потом отказался от этого намерения (см. письмо К. Маркса к Ф. Энгельсу 1873 г. Собр. соч., т. 33).

Лишь в начале XX столетия по настойчивому предложению В. Зомбарта, а затем Г. Касселя учение о кризисах было заменено учением о конъюнктуре, т. е. об экономическом цикле в целом. Однако и здесь объектом изучения выдвигалась не вся динамика в целом, а только конъюнктурный цикл, фазы последнего, положение в нем отдельных народнохозяйственных показателей в каждый данный момент. Тенденция развития народного хозяйства в целом исследователя тогда не интересовала, наоборот, отчетливая эволюторная кривая ему мешала, он стремился ее исключить из общего динамического ряда, чтобы получить циклические колебания в «чистом» виде и притом для отдельных частных показателей.

Таков был методологический подход к изучению динамики народного хозяйства англо-американской статистической школы (Персонс, Юл и др.), и на этой основе пышно разрослись в первой четверти XX в. многочисленные «экономические барометры», пытавшиеся предсказывать «экономическую погоду».

Однако вследствие несостоятельности этих барометров и под влиянием небывалого кризиса, охватившего в начале 30-х гг. весь капиталистический мир, перед исследователями встала необходимость изучения общей динамики народного хозяйства, ее закономерностей и взаимозависимостей отдельных переменных, создания теории гармоничного и устойчивого роста экономики. Такой подход можно назвать макроэкономическим, и его впервые в зарубежной экономической литературе выдвинул Дж. Кейнс. Последний поставил в центр своего анализа синтетические народнохозяйст-

венные показатели, такие как народный доход, совокупное потребление, совокупные сбережения, совокупное предложение, совокупный спрос и т. д., и поведение некоторых предельных величин — параметров его макроэкономической модели: предельная склонность к потреблению, предельная склонность к сбережению, предельная эффективность капитала, мультипликатор, акселератор и т. д. [1]. Исходя из определенных предпосылок относительно необходимой связи между отдельными переменными (совокупными сбережениями, потреблением, капиталовложениями и т. д.) и предполагаемого поведения некоторых параметров в их взаимозависимости, Кейнс устанавливает условия, при соблюдении которых его модель народного хозяйства будет устойчиво развиваться.

Работа Кейнса получила огромный резонанс во всем капиталистическом мире и в теоретической литературе. Подавляющее большинство зарубежных авторов, занимающихся теорией роста, построением динамических макроэкономических моделей (Харрод — Домар, Филлипс, Самуэльсон — Хикс и ряд других), идут в фарватере Кейнса: несколько изменяют задаваемые равенства, вводят запаздывания в переменные (например, продукция — доход; доход — расходы; расходы — продукция, где второй элемент запаздывает по сравнению с первым), в действие мультипликатора или акселератора, или обоих. Многочисленные модели модифицированного кейнсианского типа можно найти в книге Р. Аллена [2], особенно гл. 2 и 3, хотя в условиях капиталистической экономики они могли иметь только теоретическое значение.

Однако приоритет в построении макроэкономической динамической модели и сформулировании основных условий для устойчивого и постоянного роста экономики принадлежит все же не Дж. Кейнсу, а советскому экономисту-инженеру, видному специалисту Госплана СССР Г. А. Фельдману, выступившему еще в 1928 г. с двумя статьями, в которых он изложил свою теорию о темпах роста народного дохода [3]. Эта выдающаяся работа, как и некоторые другие интересные идеи русских экономистов, оставалась долгое время незамеченной, и только после Великой Отечественной войны она была открыта за рубежом и вызвала огромный интерес. В 1957 г. известный американский эконометрист Е. Домар в своей книге по теории экономического роста один из ее очерков целиком посвятил самому подробному изложению статей Фельдмана, назвав их замечательными (remarkable), началом создания математической теории роста [4, очерк IX], в 1964 г. указанная работа Фельдмана была полностью опубликована в США [5], а за год перед этим — в Польше*.

Г. Фельдман в своей работе делит все производство на две части, но не по схеме Маркса: одна часть служит для производства средств потребления, а также средств производства, необходимых для поддержания объема производства предметов потребления на каждом данном уровне. Другая — для увеличения и замены выбывающих производственных капиталов. А затем он устанавливает математические зависимости между различными компонентами и элементами этих частей, темпами их роста для трех случаев развития хозяйства: 1) потребление (суммарное) населения постоянно; 2) потребление населения растет с постоянным относительным приростом и 3) потребление населения растет с возрастающим темпом прироста. Автор устанавливает действие изменения какого-либо фактора на все другие элементы экономики в целях целесообразного управления ею. Например, он устанавливает влияние единовременной смены оборудо-

* Польские ученые посвятили целый выпуск своего журнала [6] Г. Фельдману. Кроме перевода его работ, в этой книге дан еще подробный математический комментарий к модели Фельдмана, написанный В. Пшеляковским.

вания промышленности, что в капиталистическом хозяйстве неминуемо вызывает резкие конъюнктурные колебания, которых в условиях плановой экономики можно избежать. Или исследует, какие параметры и как изменить их, чтобы достичь увеличения вдвое темпа потребления; словом, модель Фельдмана — это модель управляемой экономики, предназначенная именно для планируемого народного хозяйства.

Модель Фельдмана и его теория темпов были положены в основу намечки генерального (на 15—20) лет) плана развития народного хозяйства СССР, выполненной в конце 20-х гг. в Госплане под руководством Н. Ковалевского, но затем эти работы были прекращены.

Построение макроэкономических моделей, которые можно было бы применить в управляемой социалистической экономике, возобновилось лишь во второй половине 50-х гг. после открытия в СССР линейного программирования и начала широкого применения математических методов в экономических исследованиях. В работе Л. В. Канторовича и Л. И. Горькова 1959 г. [7] было построено несколько таких моделей: модели, предполагающие мгновенную превращаемость фондов, учитывающие отсутствие превращаемости фондов и амортизацию, учитывающие постепенное забрасывание фондов в связи с их экономическим старением. Эти модели приводят к дифференциальным уравнениям, к довольно своеобразным интегродифференциальным и другим функциональным уравнениям. Эта работа была предметом доклада Л. И. Горькова на конференции 1960 г. [8] и вызвала интерес; в частности, в дискуссии по ней участвовал А. Н. Колмогоров [9], признавший полезность таких упрощенных моделей. Однако работа в этом направлении была фактически прекращена и только недавно была возобновлена Л. В. Канторовичем в сотрудничестве с И. Г. Глобенко, и опубликованы некоторые результаты ее, относящиеся к простейшей однопродуктовой модели с мгновенной превращаемостью фондов [10].

Нужно отметить, что в зарубежной литературе за последнее время появилось большое количество работ (например Купманса, Гейла, Инагаки [11—13]) по оптимальным моделям роста, но они построены в несколько ином плане. В них ставится задача оптимизации распределения средств между настоящим и будущим, причем в весьма условной и неопределенной постановке. В нашей работе этот вопрос не рассматривается, и принцип распределения чистой продукции между потреблением и накоплением считается заданным.

2. ПОСТРОЕНИЕ ОБЩЕЙ МОДЕЛИ РАЗВИТИЯ

Предмет настоящей статьи — также однопродуктовая модель. На первый взгляд однопродуктовая модель представляется крайней степенью абстракции по отношению к реальному народному хозяйству. Рассматривается всего-навсего один продукт: еда, он же идет на одежду, из него же строят фабрики и делают машины. На самом деле эта абстракция не столь велика в действительности, и при экономическом подходе все продукты могут быть соизмерены — в деньгах или в труде (в соответствии с принятой концепцией ценообразования). Напомним, что такой же абстракцией является и двухпродуктовая модель расширенного воспроизводства К. Маркса, которая тем не менее дает широкие возможности эффективного анализа экономики. Оценивая каждый продукт в одних и тех же единицах, мы можем всякую модель народного хозяйства рассматривать как однопродуктовую, причем с математической точки зрения способ, каким именно все продукты между собой соизмерены и превращены в

один — через деньги, труд, энергетически или каким-нибудь другим способом — не столь существен.

Итак, рассматривается экономическая система, в которой производится один продукт, часть его идет на потребление, а часть — на увеличение основных и оборотных средств, причем в данной модели эти фонды не различаются между собой.

Основную роль в модели играет производственная функция $P(t)$, характеризующая количество чистой продукции или народного дохода, которое можно произвести на единицу времени при наличии фондов в размере $K(t)$ и ресурсов труда $T(t)$ *, имеющих в наличии в момент t (труд редуцирован — одного вида) или

$$P(t) = U[K(t), T(t)]. \quad (1)$$

Здесь функция $T(t)$ считается заданной, определяемой на основании динамики численности занятых рабочих и служащих в народном хозяйстве, которая в свою очередь связана с изменением демографических условий. $K(t)$ обозначает все фонды народного хозяйства — основные и оборотные, которыми оно располагает в момент времени t . Эта функция — искомая, причем начальное $K(0)$ задано.

В основу построения модели кладутся две довольно естественные предпосылки.

Первая гипотеза. Функция $U(K, T)$ уже включает в себя оптимальное решение, т. е. известно, как нужно распорядиться наилучшим образом имеющимися объемами фондов и труда, чтобы произвести в единицу времени максимальное количество продуктов.

Вторая гипотеза. Функция U положительно однородна, т. е. если мы располагаем в λ раз большим объемом труда и капитальных благ, то сможем произвести в λ раз больше продукта, стало быть $U(\lambda K, \lambda T) = \lambda U(K, T)$.

Из принятых предпосылок, что функция $U(K, T)$ базируется на оптимальных способах и что способы можно линейно комбинировать, вытекает, что вместе с каждым двумя точками во множество $U(K, T) \geq C$ войдет и промежуточная и, следовательно, функция $U(x, 1)$ оказывается вогнутой книзу.

Общее** потребление страны $V(t)$ можно считать заданным на каждый момент времени или же считать, что эта функция определяется параметрами системы, т. е.

$$V(t) = V[t, T(t), K(t), P(t)]. \quad (2)$$

Таким образом, зная, какими ресурсами располагает хозяйство в момент t и сколько производится продукции, мы определяем общее потребление страны.

Тогда развитие экономики (скорость приращения фондов) можно описать очень простым дифференциальным уравнением, принимая во внимание (1) и (2):

$$\frac{dK}{dt} = P(t) - V(t) = U[K(t), T(t)] - V[t, T(t), K(t), P(t)] \quad (3)$$

* Фонды K присутствуют и участвуют в производственном процессе, но не расходуются (расходуемая часть их исключается при исчислении чистой продукции) и переходят на следующий период. Таким образом, фонды (капитал) играют в этом производственном процессе роль катализатора, влияют на производительность труда, создающего продукт.

** Общее потребление страны включает как личное, так и общественное потребление.

Для вида функции потребления можно принять, в частности, одну из следующих простейших гипотез:

а) потребление пропорционально ресурсам труда $V(t) = \alpha T(t)$; б) на потребление отводится некоторая доля продукта $(1 - \gamma)$, а остальная часть γ идет на накопление.

При принятии таких гипотез потребления уравнение (3) дает

$$\frac{dK}{dt} = U[K(t), T(t)] - \alpha T(t), \quad (3a)$$

$$\frac{dK}{dt} = \gamma U[K(t), T(t)]. \quad (3б)$$

Составление уравнений (3), (3a) и (3б) существенно связано с гипотезой о мгновенной превращаемости фондов, т. е. мы считаем, что в какой бы физической форме ни были даны фонды, они могут быть легко переведены в другую. Например, если не годятся старые тракторы, можно их продать и на ту же сумму купить новые, т. е. производственную всегда имеет желаемую структуру фондов, и притом оптимальную структуру, ибо оптимизация включена в само построение производственной функции: принятый вид производственной функции и ее применение опираются не только на гипотезу мгновенной превращаемости фондов, но и на предположку оптимального использования наличных ресурсов в каждый момент времени.

В нашей системе потребление определено ее параметрами, так что по существу здесь налицо детерминированное уравнение, и как будто никаких параметров управления и оптимизации нет. Но все-таки эта оптимизация неявно произошла за счет непрерывного оптимального преобразования фондов и применения производственной функции, соответствующей оптимальному выбору производственных способов. Поэтому можно сказать, что это есть в некотором смысле дифференциальная оптимизация, т. е. в каждый момент времени мы выбираем ту политику, которая дает наибольший прирост фондов в этот момент, учитывая требования потребления, подлежащие удовлетворению.

3. НОРМА ЭФФЕКТИВНОСТИ КАПИТАЛОВЛОЖЕНИЙ И ЕЕ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМАЛИЗАЦИЯ

Наша модель относится к первому из трех типов моделей, фигурирующих в работе Л. В. Канторовича и Л. И. Горькова [7]. В исследовании модели нас будет интересовать один параметр системы — норма эффективности капиталовложений. Норматив эффективности чрезвычайно важен для экономических исследований, ибо для расчета эффективности конкретных капиталовложений и для расчета цен по схеме цены производства и по схеме оптимального планирования необходимо знание этого параметра.

Между тем нет объективного подхода к определению интересующей нас нормы. Метод, примененный В. В. Новожиловым и Л. В. Канторовичем для отбора реализуемых капиталовложений, имеет скорее теоретический характер, и чрезвычайно трудно реализовать его на конкретном материале, а необходимость исчисления норматива стоит очень остро. В таком важном вопросе, как установление новых цен (с июля 1967 г.), норматив эффективности был принят крайне условно (15%), без теоретического обоснования. Поэтому необходимо наметить объективный метод определения этого основного народнохозяйственного показателя.

Нам представляется, что метод макроэкономических моделей, в частности, описанный в предшествующем разделе, дает возможность некоторой количественной оценки интересующего нас норматива, качественного исследования этого показателя, его зависимости от различных параметров экономической системы.

Для исследования удобно прибегнуть в уравнении (3) к замене переменных и ввести новую неизвестную функцию, именно: объем фондов на единицу имеющегося труда (фондовооруженность)

$$S(t) = \frac{K(t)}{T(t)}. \quad (4)$$

Тогда уравнение (3) после этой замены будет иметь вид:

$$S' + \frac{T'}{T} S = U(S, 1) - \frac{V}{T} \quad (5)$$

и частный случай (3б)

$$S' + \frac{T'}{T} S = \gamma U(S, 1).$$

Отметим следующие случаи, когда это уравнение интегрируется в конечном виде, в элементарных функциях или в квадратурах, т. е. в аналитической форме:

1) когда $T = T_0 e^{\delta t}$ ($0 \leq t < \infty$), т. е. предполагается возрастание трудовых ресурсов или народонаселения по постоянному относительному коэффициенту роста (показательная функция);

2) $U(K, T) = cK + bT$, т. е. случай линейный. Он представляет интерес, ибо любую функцию можно так аппроксимировать на каком-либо интервале;

3) $U(K, T) = dK^\alpha T^{1-\alpha}$, $0 < \alpha < 1$. Это частный случай функции Кобба — Дугласа *. Она хорошо описывает по данным американской статистики продуктивность предприятий при различных объемах капитала и труда;

4) $U(K, T) = K \ln(T/K)$, $T \geq K$.

Уравнение (3б) интегрируется во всех четырех случаях, а уравнение (3а) — в случаях 1), 2) и 4).

Непрерывные модели дают результаты в аналитическом виде, что облегчает качественный анализ. Но можно идти по другому пути — построения дискретных динамических моделей. Этот подход имеет известные преимущества в части выбора параметров, возможности сложных структур **. И тот и другой метод анализа нужно, очевидно, не противопоставлять друг другу, а разумно сочетать их.

Обратимся теперь к основному интересующему нас параметру — норме эффективности капиталовложений. Норма эффективности для нашего

* Общий вид производственной функции Кобба — Дугласа $P = aF_1^{b_1} F_2^{b_2} \dots F_n^{b_n}$, где P — объем продукции; $F_1, F_2, \dots, F_n$ — различные факторы производства, $b_1, b_2, \dots, b_n$ — постоянные, представляющие коэффициент эластичности количества продукции по отношению к количеству соответствующего производственного фактора. Сумма эластичностей $B = b_1 + b_2 + \dots + b_n$ может быть ≤ 1 . Эта функция линейна в логарифмах. Величина $B = 1$ соответствует постоянной шкале, т. е. линейной однородной функции. P. H. Douglas, C. W. Cobb, A. Theory of Production. Amer. Econom. Rev., 1928, v. 18, Suppl.

** В Институте математики СО АН СССР произведен ряд расчетов линейно-программных динамических моделей. Они докладывались на совещании по перспективному планированию весной 1966 г. в Новосибирске Г. Г. Пузановой и Л. А. Пономаревой.

народного хозяйства есть тот прирост чистой продукции, который дает в единицу времени целесообразно использованная дополнительная предельная единица капиталовложений. Это определение имеет вполне реальный смысл лишь в оптимально управляемой экономике.

Норма эффективности при сделанных предположениях выразится следующей простой формулой *:

$$\eta_a = \frac{\partial U(K, T)}{\partial K}. \quad (6)$$

Выразим теперь η_a через другие переменные и параметры, но сначала произведем замену переменных $S = K/T$ и $K = ST$. Тогда (6) запишется так:

$$\eta_a = U'_S(S, 1). \quad (6a)$$

Пишем теперь уравнение прироста народного дохода из (1):

$$\frac{dP}{dt} = \frac{d}{dt}[TU(S, 1)] = T'U(S, 1) + TU'_S(S, 1)S'_t'.$$

Заменим в этом равенстве $U'_S(S, 1)$ на η_a и решим полученное уравнение относительно нормы эффективности η_a . Тогда получаем (пользуясь (4) и (5))

$$\begin{aligned} \eta_a &= \frac{\frac{dP}{dt} - T'U(S, 1)}{TS'_t'} = \frac{\frac{dP}{dt} - T'U(S, 1)}{TU(S, 1) - T'S - V} = \\ &= \frac{\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} - \frac{T'}{T}}{1 - \frac{V}{P} - \frac{T'K}{TP}} \end{aligned} \quad (7)$$

Все входящие в эту формулу (7) величины имеют очень ясное экономическое содержание и понятны каждому экономисту:

в числителе — темп роста народного дохода, темп роста трудовых ресурсов (T'/T);

в знаменателе — отношение фондов к народному доходу, или фондоемкость (K/P), доля потребления в народном доходе (V/P).

В частности, в случае функции Кобба — Дугласа получается совсем простая формула

$$\eta_a = \alpha \frac{P}{K}. \quad (7a)$$

Из формулы (7) можно получить другие следствия, например, зависимость темпа роста народного дохода от различных факторов:

$$\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} = \frac{T'}{T} + \eta_a \left(1 - \frac{T'K}{TP} - \frac{V}{P} \right).$$

Заслуживает внимания структура формулы (7): в выражение нормы эффективности не входит явно производственная функция, а η_a связывается непосредственно с глобальными показателями народного хозяйства.

* Это доказывается точно в статье Л. В. Канторовича и В. Л. Макарова [14].

4. МОДИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ

1. **Учет технического прогресса.** Технический прогресс можно интерпретировать в следующем виде: через несколько лет можно с фондами того же размера (той же стоимости) и с теми же затратами труда произвести больше продукта. Формулу народного дохода (1) берем тогда в следующем виде:

$$P(t) = e^{\rho t} U(K, T).$$

Соответственно меняется приведенное ранее уравнение (3)

$$K' = e^{\rho t} U(K, T) - V(t).$$

Не повторяя всех выкладок, напишем формулу нормы эффективности с учетом технического прогресса:

$$\eta_0 = \left(\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} - \left(\rho + \frac{T'}{T} \right) \right) / \left(1 - \frac{V}{P} - \frac{T'}{T} \frac{K}{P} \right). \quad (8)$$

2. **Учет физического и морального износа.** Принимая во внимание физический и моральный износ фондов, мы в некоторой мере приближаем модель к действительности. Фонды переделываться могут лишь в незначительной части, но в какой-то мере они морально и физически стареют. Кроме того, необходимо учесть, что некоторые фонды, оставаясь морально и физически полноценными, делаются ненужными, не соответствуют требуемой структуре конечной продукции (как, например, болванки для дамских шляп и колодки для обуви устаревших фасонов). По всем этим основаниям некоторая часть фондов ежегодно выбывает.

Обозначим через δ долю ежегодно теряемых фондов по всем причинам. Для вывода формулы с учетом износа дифференциальное уравнение удобнее взять не для капитальных фондов по номинальной стоимости (полной стоимости их воспроизводства), а для уцененных фондов $\bar{K}$. Тогда уравнение (3) запишется в таком виде*:

$$\frac{d\bar{K}}{dt} = U[\bar{K}(t), T(t)] - \delta \bar{K}(t) - V(t)$$

и формула для нормы эффективности

$$\eta_0 = \left(\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} - \frac{T'}{T} \right) / \left(1 - \frac{V}{P} - \frac{T'}{T} \frac{\bar{K}}{P} - \delta \frac{\bar{K}}{P} \right). \quad (9)$$

3. **Учет периода создания фондов (лага).** Накопления не сразу превращаются в фонды; заводы строятся и осваиваются несколько лет, фонды создаются, но не работают. Сроки строительства могут быть разными, фонды за время строительства в какой-то мере стареют морально, что можно учесть двумя способами. Во-первых, рассматривать фонды в разные периоды, тогда получаются дифференциальные уравнения с запаздыванием — этот путь мы здесь не рассматриваем.

Во-вторых, те фонды, которые вводятся, допустим, сегодня, были созданы из накоплений, скажем, двухлетней давности. Пусть народный доход — 1 млрд. руб., а два года назад — 800 млн. руб. Если мы брали на накопления определенную долю, то обстоятельство, что эта доля взята

* $\bar{K}$ — производственная стоимость наличных фондов, т. е. стоимость фондов, могущих обеспечить (при труде T) ту же производительность, что и данные фонды K . Формула (9) получается из (7), так как потерю фондов $\delta \bar{K}(t)$ можно рассматривать формально как потребление.

из накоплений двухлетней давности, уменьшает их на 25% (рост народного дохода за два года составляет 25%). За два года, кроме того, они морально устарели. Для этого случая можно написать следующее эвристическое, довольно условное уравнение при достаточной плавности входящих в него функций:

$$(1 + \beta)^{\mu} \frac{d\bar{K}}{dt} = U(\bar{K}, T) - \delta\bar{K} - V,$$

где μ есть средний срок реализации накоплений (средневзвешенный срок замораживания средств в процессе строительства, дополненный «приведенным» сроком освоения*). Поскольку вступающие в данный год фонды определяются накоплениями, сделанными μ лет назад, то эти накопления меньше, чем накопления данного года в $(1 + \beta)^{\mu}$ раз, каковой множитель и фигурирует в предыдущей формуле.

Для β можно взять одну из двух формул:

$$\beta = \frac{1}{P} \frac{dP}{dt},$$

т. е. изменение накопления принимается в соответствии с темпом роста народного дохода;

$$\beta = \frac{1}{P} \frac{dP}{dt} + \delta.$$

Здесь, кроме лага, дополнительно учитывается старение фондов за время строительства.

При учете периода создания фондов формула эффективности примет вид

$$\eta_0 = \left[\left(\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} - \frac{T'}{T} \right) (1 + \beta)^{\mu} \right] / \left[1 - \frac{V}{P} - \delta \frac{\bar{K}}{P} - \frac{T'}{T} \frac{\bar{K}}{P} (1 + \beta)^{\mu} \right]. \quad (10)$$

5. ИСЧИСЛЕНИЕ НОРМЫ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Гипотезы, положенные в основу описанной модели, — мгновенная превращаемость фондов и оптимальный выбор решений, начиная не только с исходного момента, но и на всем протяжении охватываемого исследования промежутка времени — в наших конкретных условиях реализуются лишь в известной мере, а потому значения, найденные по выведенным формулам, не вполне отражают еще реальную норму эффективности (об этом далее). Однако численное их выражение, если в формулы подставить статистические данные, характеризующие состояние народного хозяйства СССР в настоящее время, может иметь некоторое ориентировочное значение. В дальнейшем в формуле могут быть учтены предположения, лучше оценивающие действительность, и результаты окажутся более надежными.

Исходные абсолютные цифры, необходимые для численного расчета нормы эффективности, берем по данным ЦСУ СССР, причем ценностные показатели взяты в сопоставимых ценах, кроме случаев, специально оговоренных. Относительные величины исчислены нами в результате анализа тенденций соответствующих динамических рядов за последние 5—10 лет.

* Под этим понимаются потери продукции за период освоения, отнесенные к проектной годовой мощности.

Т а б л и ц а 1

№ п.п.	Показатель	Символ	Численное значение	Примечания
1	Народный доход за 1965 г.	P	203,4 млрд. руб.	Произведенный доход. «Народное хозяйство в 1965 г.», стр. 589
2	Доля потребления в народном доходе	V/P	0,74	Взято в среднем по работе А. Л. Вайнштейна [15]
3	Стоимость основных и оборотных фондов во всем народном хозяйстве	K	620 млрд. руб.	На 1 I 1965 г. по полной восстановительной стоимости
4	То же с учетом износа	$\bar{K}$	498 млрд. руб.	Износ снят только с основных фондов в размере 26% по данным ЦСУ СССР. По оборотным фондам ЦСУ износ не рассчитывает. В общем $\bar{K} = 0,80 K$
5	Стоимость основных и оборотных фондов только в сфере материального производства	K_0	423 млрд. руб.	По оборотным фондам отнесено на сферу нематериального производства 2,6% по данным на 1 I 1966 г.
6	То же с учетом износа	$\bar{K}_0$	351 млрд. руб.	Износ снят только с основных фондов
7	Фондоёмкость номинальная	K/P	$3,05 \approx 3,0$	Отношение строки 3 к строке 1
8	Фондоёмкость фактическая	$\bar{K}/P$	2,45	То же, 4 к 1
9	Фондоёмкость в материальной сфере производства (номинальная)	K_0/P	$2,08 \approx 2,1$	То же, 5 к 1
10	Фондоёмкость в материальной сфере производства (фактическая)	$\bar{K}_0/P$	1,72	То же, 6 к 1
11	Темп прироста народного дохода	$\frac{1}{P} \frac{dP}{dt}$	$0,0653 \approx 6,5\%$	В результате анализа динамики за 1950—1964 гг. по работе А. Л. Вайнштейна [15]
12	Средний темп роста трудовых ресурсов во всем народном хозяйстве	T'/T	0,024, или 2,4%	Взято округленное значение для 1966 г., рассчитанное по выровненной прямой темпов прироста всех занятых во всех отраслях, включая колхозников (1959—1966 гг.)
13	Средний темп роста трудовых ресурсов в сфере материального производства	T'_0/T_0	0,018, или 1,8%	То же, но только в сфере материального производства

К нижеприводимым цифрам необходимо сделать следующее замечание. Выведенные в предыдущем разделе формулы относятся к чистой продукции или народному доходу СССР, каковая категория, как известно, включает только доходы, создаваемые в материальной сфере производства. Тогда в правой части формул должны фигурировать фонды и трудовые

Т а б л и ц а 2

Формула	η_0	η_{00}	Примечания
(7) Основная формула $\frac{\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} - \frac{T'}{T}}{1 - \frac{V}{P} - \frac{T'}{T} \frac{K}{P}}$	0,22	0,21	По формуле (7а) Кобба — Дугласа при подстановке рассчитанной нормы эффективности (0,22) получается $\alpha = 0,67$ — значение довольно высокое
(7а) Кобба — Дугласа $\alpha P/K$ для СССР	0,13	0,183	$\alpha = 0,382$. Исчислено по работе Б. Н. Михалевского, Ю. П. Соловьева [17], в которой авторы приводят трехфакторную производственную функцию для 1951—1963 гг.
(8) Модель с учетом технического прогресса $\frac{\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} - \left(\rho + \frac{T'}{T}\right)}{1 - \frac{V}{P} - \frac{T'}{T} \frac{K}{P}}$	0,146	0,159	Принимаются: $\rho = 0,014$ и $\rho_0 = 0,013$; они вычислены по формуле (11), а величины P_2/P_1 , K_2/K_1 и T_2/T_1 рассчитаны по данным 1966 и 1965 гг. и равны соответственно для ρ : 1,065; 1,095; 1,024, для ρ_0 : 1,065; 1,109; 1,018
(9) Модель с учетом физического и морального износа $\frac{\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} - \frac{T'}{T}}{1 - \frac{V}{P} - \frac{T'}{T} \frac{\bar{K}}{P} - \delta \frac{\bar{K}}{P}}$	0,251	0,233	Выбытие вследствие физического износа и частично морального уже учтено в формуле. Остается неучтенным в $\bar{K}$ выбытие вследствие несоответствия структуре спроса, диспропорции производства. Принимаям это выбытие $\delta = 0,015$
(10) Модель с учетом периода создания фондов и износа $\frac{\left(\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} - \frac{T'}{T}\right) (1 + \beta)^\mu}{1 - \frac{V}{P} - \delta \frac{\bar{K}}{P} - \frac{T'}{T} \frac{\bar{K}}{P} (1 + \beta)^\mu}$	0,30	0,27	μ — срок омертвления капиталовложений за период строительства объекта. Принимается равным 2 годам, т. е. считается, что строящийся объект начинает частично отдачу продукции уже на третий год с начала строительства. Тогда $(1 + \beta)^\mu = 1,0653^2 = 1,135$; $\delta = 0,015$
(11) Модель с одновременным учетом технического прогресса и износа $\frac{\frac{1}{P} \frac{dP}{dt} - \left(\rho + \frac{T'}{T}\right)}{1 - \frac{V}{P} - \frac{T'}{T} \frac{\bar{K}}{P} - \delta \frac{\bar{K}}{P}}$	0,166	0,169	В модели принято: $\rho = 0,014$, $\rho_0 = 0,013$, $\delta = 0,015$

ресурсы, функционирующие только в производственной сфере. Однако такое решение вызывает сомнения в том отношении, что хотя непроеизводственные фонды и трудовые услуги лиц, занятых в непроеизводственной сфере, не производят непосредственно материальных ценностей, но они безусловно способствуют их созданию, повышая производительность труда и использование фондов. Следовательно, сбрасывать совершенно со счетов влияние этих факторов было бы неправильно. Поэтому мы даем далее два расчета: первый, включающий всю совокупность основных и оборотных фондов и всех занятых в народном хозяйстве лиц, и второй, включающий те же категории, но относящиеся только к производственной сфере (последние показатели отмечены подписным значком «0»).

Статистических данных для определения некоторых параметров, фигурирующих в модификациях основной модели, нет. Мы принимаем для них ориентировочное значение. К таким параметрам относятся технический прогресс (ρ) и выбытие фондов (δ) вследствие морального износа и несоответствия структуре спроса.

Теперь исчисляем следующие показатели (табл. 1).

Параметр технического прогресса ρ можно ориентировочно определить, пользуясь формулой Кобба — Дугласа (см. выше, стр. 702). Если чистую продукцию в исходный и следующий период обозначить соответственно P_1 и P_2 , то ρ можно исчислить из следующего соотношения:

$$\frac{P_2}{P_1} = e^{\rho} \left(\frac{K_2}{K_1} \right)^{\alpha} \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{1-\alpha}, \quad (11)$$

где K_1, K_2, T_1, T_2 — фонды и трудовые ресурсы соответственно в два последовательных периода (см. табл. 2).

Подставляя численные значения из табл. 1 в формулы предыдущего раздела, получаем рассчитанные нормы эффективности. Сведем их для удобства обозрения в таблицу, где η_a — первый расчет, включающий все фонды и трудовые ресурсы народного хозяйства, а η_{ao} — второй расчет, относящийся к сфере материального производства, т. е. где в формулах первого столбца показатели $T'/T, K/P, \bar{K}/P$ заменены соответственно $T'_0/T_0, K_0/P, \bar{K}_0/P$ (табл. 2).

Приведенные в таблице численные выражения нормы эффективности, исчисленные по формулам (7), (9), (10) свидетельствуют о высокой норме эффективности в СССР, достигающей 25% и выше. При наличии даже скромного технического прогресса (улучшение всего на 1,4 и 1,3% ежегодно), норма эффективности существенно снижается, как показывают коэффициенты, вычисленные по формулам (8), (11). Но так как при техническом прогрессе себестоимость продукции заметно снижается, то это обстоятельство должно привести к некоторому увеличению η .

Норма эффективности при учете ресурсов только материально-производственной сферы (η_{ao}), при отсутствии технического прогресса, несколько ниже или близка к норме η_a , исчисленной при учете чистой продукции на основании всех ресурсов народного хозяйства. Исходя из соображений, изложенных в тексте, правильное ориентироваться на какое-либо промежуточное значение η между указанными.

6. ВЫВОДЫ

Выше мы уже указывали, что гипотеза о мгновенной превращаемости фондов, т. е. допущение, что фонды всегда могут быть преобразованы из одной формы в другую и, в частности благодаря этому можно перейти от одной структуры производства (соотношение труда и фондов) к другой без потерь, представляется крайней абстракцией, особенно в применении к социалистическому хозяйству*. Некоторые поправки, введенные нами в модель, частично ослабили эту гипотезу. Но нужно подчеркнуть, что даже в своем первоначальном виде она не является столь жесткой и неправомерной, какой кажется на первый взгляд. В разумно строящейся плановой экономике просто не может возникнуть надобности в преобразовании недавно созданных фондов, ибо в процессе планирования должны предусматриваться и потребность в продукции, и возможный технический прогресс, и соотношения балансов труда и фондов. Все это должно учитываться при решениях о направлении капиталовложений. Фонды

* При изучении однопродуктовой модели гипотеза о мгновенной превращаемости фондов не является обязательной (см. [7]).

создаются из расчета того, что они в течение ряда лет будут давать нужную продукцию и экономически эффективны. Короче говоря, гипотеза о мгновенном превращении фондов приемлема потому, что нет большой надобности в таком превращении, а следовательно, и в пользовании этой гипотезой.

Конечно, на основании приведенных расчетов преждевременно было бы строить какие-либо окончательные выводы. Некоторые статистические данные и параметры подлежат в дальнейшем уточнению. Должна быть разработана методика их определения, в частности, определения $\bar{K}$ — размера уцененных фондов, которое отклоняется от номинальной величины K вследствие разных причин (физического износа, морального износа, несоответствия структуре спроса и пр.).

Если берутся статистические данные по реальному народному хозяйству, то существенные отличия последнего от абстрактной модели — многопродуктовость, отсутствие превращаемости фондов, недостаточная оп-равданность гипотезы об оптимальности решений в ней (не только в дан-ный момент, но и в прошлом) не позволяют полученные в наших расчетах значения принять в качестве надежной базы для суждения о фактической величине нормы эффективности. Но так как перечисленные отклонения действительности от модели ведут скорее к повышению нормы эффектив-ности, чем к ее понижению, то приведенные данные в известной мере подтверждают высказывавшееся ранее Л. Канторовичем интуитивное суждение о высоком значении нормы эффективности для хозяйства СССР $\sim 20-25\%$ и выше.

Учитывая большое значение этого показателя для планово-экономиче-ских расчетов, мы считаем, что новый путь, даваемый описанными выше моделями, должен был бы быть применен для приближенного, но объектив-ного подхода к исчислению нормы эффективности.

Поскольку мы не имеем других действенных способов точного расче-та нормы эффективности для народного хозяйства в целом, то нельзя по-лучить вполне удовлетворительной оценки точности нашего расчета при применении описанных моделей. Однако такое сопоставление возможно провести с другими моделями — однопродуктовыми и многопродуктовы-ми, допускающими точный линейно-программный расчет. Предваритель-ные расчеты показывают удовлетворительность получаемых результатов. Анализ подобных моделей может быть применен и для уточнения мето-дики исчисления некоторых параметров ($\bar{K}$, δ , β), входящих в описанные модели. Указанные сопоставления можно произвести и на основа-нии аналитических расчетов более сложных моделей, например модели типа III (см. [7]), учитывающей возможность забрасывания фондов в силу их структурного несоответствия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. М. Кейнс. Общая теория занятости процента и денег. М., Изд-во иностр. лит., 1948.
2. Р. Аллен. Математическая экономия. М., Изд-во иностр. лит., 1963.
3. Г. А. Фельдман. К теории темпов народного дохода. «Плановое хозяйство», 1928, № 11, 12.
4. E. D. Domar. Essays in the Theory of Economic Growth. N.-Y., 1957.
5. Foundations of Soviet Strategy for Economic Growth. Ed. by Nicolas Spulber. Bloomington, 1964, sec. ed. 1965.
6. Studia Ekonomiczne NIO. Polska Akademia Nauk. Warszawa, 1963.
7. Л. В. Канторович, Л. И. Горьков. Функциональные уравнения однопро-дуктовой модели. Докл. АН СССР, 1959, т. 129, № 4.
8. Л. И. Горьков. Однопродуктовая динамическая модель и анализ экономической эффективности капитальных вложений. В сб. Математический анализ расширен-ного воспроизводства. М., Изд-во АН СССР, 1962.

9. А. Н. Колмогоров. Выступление. Там же.
10. Л. В. Канторович, И. Г. Глобенко. Однопродуктовая динамическая модель при наличии мгновенной превращаемости фондов. Докл. АН СССР, 1967.
11. T. C. Koopmans. On the Concept of Optimal Economic Growth. Pontificae Academiae Scientiarum Scripta Varia, 1965.
12. D. Gale. Optimal programs for a multy-sector economics with an infinite time horizon, 1965.
13. Inagaki. Optimal growth under technological progress. Netherlands economic institute. Publication N 38/66, 1966.
14. Л. В. Канторович, В. Л. Макаров. Оптимальные модели перспективного планирования. Сб. Применение математики в экономических исследованиях, т. 3. М., «Мысль», 1965.
15. Альб. Л. Вайнштейн. Динамика народного дохода СССР и его основных компонентов. Экономика и матем. методы, 1967, т. 3, вып. 1.
16. Б. Н. Михалевский, Ю. П. Соловьев. Производственная функция народного хозяйства СССР в 1951—1963 гг. Экономика и матем. 1966, т. 3, вып. 6.

Поступила в редакцию
23 V 1967

СИСТЕМА МОДЕЛЕЙ ДЛЯ РАСЧЕТА СБАЛАНСИРОВАННОГО СРЕДНЕСРОЧНОГО ПЛАНА

Б. Н. МИХАЛЕВСКИЙ

(Москва)

В век развертывающейся технической революции проблемы перспективного народнохозяйственного планирования и прогнозирования разной срочности приобретают все возрастающее значение. Особенно это относится к социалистическим странам с их системой планового хозяйства. Приходя к социалистическим странам с их системой планового хозяйства. Применяемые для расчета перспективных планов или прогнозов системы экономико-математических моделей варьируют в зависимости от цели регулирования хозяйства, степени подробности плана или прогноза, уровня развития математического аппарата и необходимой для расчетов технической базы. С этих точек зрения можно различать долгосрочные, среднесрочные и краткосрочные народнохозяйственные многоотраслевые модели с явной оптимизацией, модели разной срочности для построения сбалансированного плана и модели прогноза на основе статистической экстраполяции на разные периоды времени.

Формальным аппаратом при построении долгосрочной народнохозяйственной модели оптимизации является та или иная форма общей нелинейной стохастической модели (обычно многоотраслевой) с целочисленной частью. Эта модель может быть и разложимой. Во втором случае, т. е. при расчете в разрезе 15—20 отраслей сбалансированного среднесрочного плана, наиболее эффективным инструментом является, по-видимому, комбинация односекторной модели экономического роста с системой межотраслевых балансов с ошибками в коэффициентах и конечном спросе и системой чисто статистических моделей, характеризующих остальные аспекты народнохозяйственного плана. Иначе говоря, и в данном случае речь идет об особом способе применения принципа разложимости. Наконец, при экстраполяционном прогнозе используются обычно те или иные формы регрессионного анализа и делаются попытки применения методов обработки временных рядов, приобретенных права гражданства в теории и практике автоматического регулирования.

В настоящее время существуют два основных метода для решения задач укрупненного оптимального или просто сбалансированного перспективного планирования: «одновременно и в целом» или «последовательно и по частям». Со времени появления известного принципа разложимости линейных программ Д. Данцига непрерывно растет понимание больших возможностей второго метода в решении народнохозяйственных задач оптимального планирования [1—8], создании автоматизированной системы плановых расчетов [9—11] и решении проблем последовательного агрегирования [12—14].

Однако практическое применение декомпозиционных моделей оптимального народнохозяйственного планирования наталкивается на препятствия в связи с существующей сейчас неадекватностью определения самих народнохозяйственных моделей, слишком буквальным применением принципа разложимости, понимаемого обычно лишь как вертикальное сопод-