ЭКОНОМИКА
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

1968
том IV, вып. 5

О МЕТОДАХ РАСЧЕТА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ЗЕМЕЛЬНОЙ РЕНТЫ *

В. И. ДЕНИСОВ

(Москва)

Рентные различия по сельскохозяйственным предприятиям являются наиболее трудноучитываемыми факторами в области экономической оценки производственной деятельности хозяйств. Достоверность расчета рентных избытков зависит от глубины охвата комплекса природно-экономических условий, определяющих дифференциацию доходов.

В настоящее время почти на всех уровнях планирования сельскохозяйственного производства и строительства все более возникает потребность иметь в числе текущего статистического материала информацию относительно экономической продуктивности земли. При этом в зависимости от стадии и цели планирования требования к этим данным существенно различаются по содержанию.

В соответствии с этим различаются три основные методологии расчета ренты с использованием математических приемов. Это — статистическое моделирование взаимосвязей результатов производства с объективными экономическими факторами на основе анализа предшествующих периодов развития. Родственным этой методике является метод производственных функций, рекомендованный для планирования крупных территориальных комплексов в целях получения усредненных экономических оценок земли по природно-экономическим зонам и районам. Третий метод — получение рентных параметров по двойственным оценкам оптимального плана при решении задач на оптимальное развитие сельскохозяйственного производства.

Все три метода имеют различные модификации и преследуют разные цели в том смысле, что ставят задачу получения рентных оценок под тем или иным углом экономической интерпретации этих оценок, а также с точки зрения выбора объекта и этапа планирования. Основная идея статистического метода состоит в выявлении роли отдельных рентообразующих факторов в чистом виде при элиминировании (исключении) прочих факторов. *Рента определяется как разница между чистым доходом, обусловленным тем или иным фактором в данном хозяйстве, и расчетной величиной дохода при средневзвешенном значении этого фактора.* Исходной информацией расчета ренты для совокупности единиц наблюдения является система уравнений, показывающих зависимость чистого дохода от природно-экономических факторов в каждой единице наблюдения:

$$
\begin{aligned}
y_{1\tau}^{(r)} &= a_0^{(r)} + a_1^{(r)} x_{11\tau}^{(r)} + a_2^{(r)} x_{21\tau}^{(r)} + \ldots + a_m^{(r)} x_{m1\tau}^{(r)},\\
y_{2\tau}^{(r)} &= a_0^{(r)} + a_1^{(r)} x_{12\tau}^{(r)} + a_2^{(r)} x_{22\tau}^{(r)} + \ldots + a_m^{(r)} x_{m2\tau}^{(r)},\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
y_{N\tau}^{(r)} &= a_0^{(r)} + a_1^{(r)} x_{1N\tau}^{(r)} + a_2^{(r)} x_{2N\tau}^{(r)} + \ldots + a_m^{(r)} x_{mN\tau}^{(r)},
\end{aligned}
$$

* В порядке постановки вопроса.

где $y_{1\tau}^{(r)}, y_{2\tau}^{(r)}, \ldots, y_{N\tau}^{(r)}$ — фактический чистый доход в расчете на 1 *га* сельскохозяйственных угодий в хозяйствах 1, 2, ..., N зоны r в τ-м году; $x_{11\tau}^{(r)}, x_{21\tau}^{(r)}, \ldots, x_{m1\tau}$ — значения природно-экономических факторов 1, 2, ..., m в 1-м хозяйстве зоны r в τ-м году; $x_{1N\tau}^{(r)}, x_{2N\tau}^{(r)}, \ldots, x_{mN\tau}^{(r)}$ — значения соответствующих природно-экономических факторов в хозяйстве N зоны r в τ-м году; $a_0^{(r)}, a_1^{(r)}, \ldots, a_m^{(r)}$ —искомые коэффициенты регрессии при природно-экономических факторах $1, 2, \ldots, m$ зоны r. Такие же системы запишутся для остальных лет анализируемого периода. Пусть период состоит из T лет.

Таким образом, для каждой зоны имеется матрица исходных данных по природно-экономическим факторам — $\|x^{(r)}\|$; вектор фактических величин чистого дохода — $(y^{(r)})$ и искомый вектор коэффициентов регрессии — $(a^{(r)})$. Всего по району, включающему n зон, имеется n таких матриц и векторов.

Требуется найти для каждой зоны вектор $(a^{(r)})$ при условии, что

$$\sum_{\tau=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} (y_{i\tau}^{(r)} - \bar{y}_{i\tau}^{(r)})^2 \to \min$$

(требование суммы наименьших квадратов), где $y_{i\tau}^{(r)}$ — фактический чистый доход в хозяйстве i зоны r в τ-м году: $\bar{y}_{i\tau}^{(r)}$ — искомая величина чистого дохода, исчисляемая по уравнению связи.

Как известно, вектор коэффициентов регрессии корреляционного уравнения находится по формуле

$$(a^{(r)}) = [\|x^{(r)}\| \cdot \|x^{(r)\prime}\|]^{-1} \cdot \|x^{(r)\prime}\| \cdot (y^{(r)}),$$

где $\|x^{(r)\prime}\|$ — матрица, транспонированная к матрице $\|x^{(r)}\|$.

После обращения произведения рассмотренных матриц, а затем его умножения на соответствующие транспонированную матрицу и вектор получаем для каждой зоны вектор коэффициентов регрессии. Всего по району n векторов. Элементы всех этих векторов образуют матрицу коэффициентов регрессии по всем аргументам x для каждой зоны — $\|a\|$:

$$\|a\| = \left\| \begin{matrix} a_0^{(1)} a_1^{(1)} a_2^{(1)} \ldots a_m^{(1)} \\ a_0^{(2)} a_1^{(2)} a_2^{(2)} \ldots a_m^{(2)} \\ a_0^{(3)} a_1^{(3)} a_2^{(3)} \ldots a_m^{(3)} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_0^{(r)} a_1^{(r)} a_2^{(r)} \ldots a_m^{(r)} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_0^{(n)} a_1^{(n)} a_2^{(n)} \ldots a_m^{(n)} \end{matrix} \right\|.$$

В рассмотренной системе линейных уравнений каждый коэффициент является частной производной функции чистого дохода по соответствующему фактору. Зная величину этих факторов в будущих периодах, можно рассчитывать вероятные значения чистого дохода для этих периодов.

Дальнейшая схема расчета предусматривает определение коэффициентов корреляции и оценок достоверности полученных результатов анализа

Методика расчета общеизвестна.

Перейдем теперь непосредственно к определению формулы ренты по данным рассмотренной статистической модели.

Для этого разобьем предварительно совокупность факторов $(x_1, \ldots, x_m)$ на три основные группы.

Первая — природно-экономические факторы, определяющие образование ренты I. Сюда относится группа показателей, характеризующих естественное плодородие, интенсивность хозяйственного освоения и продуктивность земельных угодий. Здесь могут быть рассмотрены типы почв по стадии почвообразовательного процесса (дерново-подзолистая, чернозем и т. д.), материнская порода, подтип почвы, соответствующий фазе почвообразования. Большая группа показателей характеризует минералогический состав почвы и ее химический состав.

Особо важное значение имеют климатические условия данной зоны и метеорологические условия отдельных лет. Сюда входит большая группа показателей среднегодового выпадения осадков, средней температуры вегетационного периода, толщина снежного покрова, глубина промерзания почвы и т. д. Среди факторов, определяющих уровень хозяйственного освоения угодий, учитываются такие, как засоренность камнями пашни, сенокосов и пастбищ, закустаренность, расчлененность полей овражной сетью, контурность границ угодий, величина обрабатываемых земельных участков и т. д.

Следующая подгруппа факторов, определяющая величину ренты I, относится к объективным хозяйственно-экономическим условиям, сложившимся вне зависимости от уровня организации производства и интенсивности труда. Это в первую очередь — удаленность производственной базы от пунктов реализации продуктов и доставки централизованных грузов; состояние и густота дорожной сети на территории хозяйства и между хозяйствами; возможности использования тепловых и органических отходов города и промышленных объектов.

Примем количество факторов, определяющих ренту I, равным α. В системе уравнений значения этих факторов будут обозначены переменными $x_1^{(r)}, x_2^{(r)}, \ldots, x_\alpha^{(r)}$.

Вторая большая группа факторов характеризует уровень интенсивности производственных вложений. К ним в основном относятся показатели в расчете на единицу земельной площади: годовые производственные затраты денежных и материальных средств, годовой объем механизированных работ, стоимость основных фондов, мощность автотракторного парка и электродвигателей, среднегодовое число рабочих и многое другое.

Эти факторы играют основную роль в образовании ренты II. Обозначим их переменными, следующими в ряду аргументов системы за факторами первой группы: $x_{\alpha+1}^{(r)}; x_{\alpha+2}^{(r)}, \ldots, x_\beta^{(r)}$. Всего $(\beta - \alpha)$ переменных.

К *третьей* группе факторов относятся все прочие, определяющие наряду с первыми двумя группами величину чистого дохода. Это всевозможные величины, показывающие структуру отраслей, удельный вес наиболее рентабельного вида продукции, индексы загрузки автотракторного парка и энергетического оборудования, показатели интенсивности использования рабочей силы по периодам года, текучести рабочей силы и многое другое, характеризующее уровень ведения хозяйства и его организацию.

Число этих оставшихся факторов будет равно $[m - (\alpha+\beta)]$. Переменные по этим факторам: $x_{\beta+1}^{(r)}, x_{\beta+2}^{(r)}, \ldots, x_m^{(r)}$. *Дифференциальная рента I равна разности величин чистого дохода в данном хозяйстве* (в нашем примере — в природно-экономической зоне) и *хозяйстве с наихудшими природно-экономическими условиями.* Пусть в нашем примере зоной, наименее благоприятной в отношении природно-экономических факторов, будет n-я зона. При этом уровень интенсивности производства в сравниваемых хозяйствах (зонах) принимается условно равным средневзвешенному по всему району. Иначе говоря, берутся средневзвешенные по району значения аргументов $x_{\alpha+1}, x_{\alpha+2}, \ldots, x_m$. Остальные переменные берутся как средние по хозяйствам для каждой зоны. Кроме того, все указанные переменные рассчитываются естественно как средние за период T лет:

$$x_j^{(r)} = \sum_{\tau=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} x_{ji\tau}^{(r)} S_{i\tau}^{(r)} \Big/ \sum_{\tau=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} S_{i\tau}^{(r)},$$

где $x_j^{(r)}$ — среднее по хозяйствам зоны r значение фактора первой группы; $x_{ji\tau}^{(n)}$ — величина фактора первой группы в хозяйстве i зоны r в τ-м году; $S_{i\tau}^{(n)}$ — площадь сельскохозяйственных угодий в хозяйстве i зоны r в τ-м году. Аналогично

$$x_k^{(r)} = \sum_{\tau=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} x_{ki\tau}^{(r)} S_{i\tau}^{(r)} \Big/ \sum_{\tau=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} S_{i\tau}^{(r)};$$

$$x_l^{(r)} = \sum_{\tau=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} x_{li\tau}^{(r)} S_{i\tau}^{(r)} \Big/ \sum_{\tau=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} S_{i\tau}^{(r)},$$

где $x_R^{(r)}$ — среднее по хозяйствам зоны r значение фактора второй группы, $x_l^{(r)}$ — среднее по хозяйствам зоны r значение фактора третьей группы.

Средневзвешенное по району значение фактора второй группы равно

$$\bar{x}_n = \sum_{r=1}^{n} \sum_{\tau=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} x_{ki\tau}^{(r)} S_{i\tau}^{(r)} \Big/ \sum_{r=1}^{n} \sum_{\tau=1}^{T} \sum_{i=1}^{N} S_{i\tau}^{(r)},$$

где $\bar{x}_k$ — средневзвешенная по району величина фактора второй группы.

Дифференциальная рента I в зоне r будет равна

$$R_{\mathrm{I}}^{(r)} = \hat{y}^{(r)} - \hat{y}^{(n)},$$

где $\hat{y}^{(r)}$ — чистый доход в зоне r при средневзвешенных по району значениях факторов второй группы; $\hat{y}^{(n)}$ — то же для зоны n:

$$R_{\mathrm{I}}^{(r)} = a_0^{(r)} - a_0^{(n)} + \sum_{j=1}^{\alpha} a_j^{(n)} x_j^{(r)} - \sum_{j=1}^{\alpha} a_j^{(n)} x_j^{(n)} +$$

$$+ \sum_{k=\alpha+1}^{\beta} (a_k^{(r)} - a_k^{(n)}) \bar{x}_k + \sum_{l=\beta+1}^{m} a_l^{(r)} x_l^{(r)} - \sum_{l=\beta+1}^{m} a_l^{(n)} x_l^{(n)};$$

$\left. \begin{matrix} a_j^{(r)};\ a_k^{(r)};\ a_l^{(r)} \\ a_j^{(n)};\ a_k^{(n)};\ a_l^{(n)} \end{matrix} \right\}$ — соответствующие коэффициенты регрессии при переменных.

Дифференциальная рента II определяется как разность между фактическим чистым доходом в данной зоне и чистым доходом при среднем уровне интенсивности производства (средние по району значения факторов второй группы) *в этой же зоне:*

$$R_{\text{II}}^{(r)} = y^{(r)} - \hat{y}^{(r)} \quad \text{или} \quad R_{\text{II}}^{(r)} = \sum_{k=\alpha+1}^{\beta} (x_k^{(r)} - \bar{x}_k) a_k^{(r)}.$$

Рассмотрим теперь кратко метод производственных функций. С точки зрения техники расчета этот метод довольно близок рассмотренному статистическому. Основное отличие его — в большей степени обобщенности экономических категорий. При планировании крупных районов агрегирование показателей, оценивающих эффективность того или иного ресурса, оказывается более целесообразным по сравнению с детальными анализами этих оценок. Такое укрупнение идет параллельно с рациональным отбором наиболее существенных сторон экономических явлений, в то же время способствуя их сопоставимости и соизмерению.

Экономическая оценка земли выступает в этом случае в качестве показателя эффективности земли как одного из главнейших ресурсов планируемого района в сравнении с аналогичными оценками прочих ресурсов — полезных ископаемых, видов энергии, трудовых ресурсов и т. д. В качестве такого показателя эффективности принимается частная производная функции, характеризующей конечные результаты хозяйственной деятельности, по соответствующему ресурсу.

Среди множества видов функций, характеризующих взаимосвязи производственных факторов, наиболее целесообразно при оценке ресурсов использовать функцию Кобба — Дугласа

$$y_r = a_{0r} \prod_{j=1}^{m} x_{jr}{}^{\alpha},$$

где y_r — общий показатель эффективности производства района r (чистый доход, рентабельность и т. д.); $\left.\begin{matrix} a_{0r} \\ \alpha \end{matrix}\right\}$ параметры функции для района r; x_{jr} — значение фактора j производства в районе r; m — количество учитываемых факторов производства. Среди них могут быть как объемы различных видов ресурсов, потребляемых в сфере производства района, так и показатели, характеризующие уровень организации производства, управления, квалификации рабочей силы района и множество других. Однако наиболее сильное влияние на результаты производства оказывают объем и качество используемых ресурсов.

Аналогично рассмотренным выше случаям с корреляционными связями природно-экономических факторов для производственных функций их частные производные по ресурсам также будут показывать эффективность этих ресурсов с точки зрения их влияния на показатель результатов хозяйственной деятельности.

Следовательно, частная производная функции хозяйственного эффекта по земле для данного района и будет являться оценкой земли как одного из главнейших ресурсов этого района

$$y_r{}' = a_{0r} \beta x_{Rr}^{\beta-1} \prod_{j=1}^{n} x_{jr}{}^{\alpha},$$

где x_{Rr} — площадь земли в районе r; β — степень переменной x_{Rr}.

Для района, где эффективность земли наименьшая (допустим в районе p), соответственно имеем

$$y_p' = a_{0p}\,\bar{\beta} x_{Rp}^{\bar{\beta}-1} \prod_{j=1}^{m} x_{jp}^{\bar{\alpha}},$$

где x_{Rp} — площадь земли в районе p, $\bar{\beta}$ — степень переменной x_{Rp}; $\bar{\alpha}$ — степень переменной x_{jp}.

Дифференциальная рента в районе r будет равна превышению оценки эффективности земли в этом районе над оценкой какого-либо района p:

$$R_r = y_r' - y_p' = a_{0r}\beta x_{Rr}^{\beta-1} \prod_{j=1}^{m} x_{jr}^{\alpha} - a_{0p}\bar{\beta} x_{Rp}^{\bar{\beta}-1} \prod_{j=1}^{m} x_{jp}^{\bar{\alpha}}.$$

В этой формуле параметры функции определяются методом наименьших квадратов как средние для всего анализируемого периода.

Как уже говорилось, достоинство метода производственных функций в обобщенности выводов, следуемых из анализа агрегированных природно-экономических факторов. Следует вспомнить, что в статистической модели при расчете ренты по сути дела сравниваются величины самих природно-экономических факторов, т. е. определяется разность их абсолютных дефицитностей по районам. Это возможно благодаря довольно подробной детализации многих параметров какого-либо явления, которое в производственной функции характеризуется лишь одним качеством — эффективностью его воздействия в целом на величину функции.

Воздействие экономического фактора на результирующую функцию с учетом его взаимодействия с полным комплексом прочих факторов определяется по его объективно обусловленной оценке в оптимальном плане развития производства. Такой план может быть составлен как для текущих периодов, так и для перспективных. В первом случае он ставит задачу оптимального использования имеющихся в настоящее время ресурсов при возможности незначительного их расширения. Выбор вариантов плана идет здесь в основном в направлении совершенствования структуры отраслей и используемых ресурсов.

Во втором случае, помимо объемов и структуры производства отдельных отраслей, оптимизируется уровень интенсивности производства. При этом задача может быть решена как статически для отдельных периодов, так и динамически с учетом максимизации эффективности вложений во времени.

Вне зависимости от метода нахождения оптимума для планируемого периода основными искомыми параметрами задачи, получаемыми в процессе ее решения, являются оптимальные объемы производства отраслей в каждой зоне, необходимый уровень вложений для их развития по периодам планирования, а также двойственные оценки угодий каждой зоны. Совокупность этих оценок по виду j угодий (пашня, сенокосы, пастбища) для какой-либо зоны r за период λ лет представляет собой вектор $(z_j^{(r)})$:

$$(z_j^{(r)}) = \begin{pmatrix} z_{j1}^{(r)} \\ z_{j2}^{(r)} \\ \vdots \\ z_{j\tau}^{(r)} \\ \vdots \\ z_{j\lambda}^{(r)} \end{pmatrix},$$

где $z_{j\tau}^{(n)}$ — двойственная оценка 1 *га* вида j угодий в зоне r в τ-м году.

Таким образом, по каждой зоне имеем три вектора двойственных оценок: $(z_j^{(r)})$; $(z_{j+1}^{(r)})$; $(z_{j+2}^{(r)})$. Умножив элементы этих векторов на площади соответствующих угодий и поделив суммы этих произведений на суммы площадей, получим вектор средневзвешенных оценок 1 *га* сельскохозяйственных угодий в зоне $r(z^{(r)})$:

$$(z^{(r)}) = \begin{pmatrix} z_1^{(r)} \\ z_2^{(r)} \\ \vdots \\ z_\tau^{(r)} \\ \vdots \\ z_\lambda^{(r)} \end{pmatrix},$$

$$z_\tau^{(r)} = \sum_{j=1}^{3} z_{j\tau}^{(r)} x_{j\tau}^{(r)} \Big/ \sum_{j=1}^{3} x_{j\tau}^{(r)},$$

где $x_{j\tau}^{(r)}$ — площадь вида j угодий в зоне r в τ-м году. Средневзвешенные оценки могут быть получены также сразу из ответа задачи в том случае, если среди условий задачи имеется ограничение по наличию общей площади сельскохозяйственных угодий с соответствующим рядом ограничений по возможности перевода одного вида угодий в другой. Таким образом, по каждой зоне имеются векторы $(z^{(r)})$, которые в совокупности составляют матрицу двойственных оценок 1 *га* сельскохозяйственных угодий каждой зоны за период λ лет $\|z\|$:

$$\|z\| = \begin{Vmatrix} z_{11} z_{12} \ldots z_{1p} \\ z_{21} z_{22} \ldots z_{2p} \\ \ldots\ldots\ldots \\ z_{\lambda 1} z_{\lambda 2} \ldots z_{\lambda p} \end{Vmatrix}.$$

Рентные оценки каждой зоны в τ-м году определятся как разность двойственных оценок данной зоны и зоны, имеющей наименьшую оценку (например $z_{\tau p}$):

$$R_{\tau r} = z_{\tau r} - z_{\tau p}.$$

Экономический и математический смысл двойственных оценок общеизвестен. Основное их отличие от частных производных производственных функций, описанных выше, состоит в том, что первые дают оценку ресурсов, в частности, земли, при условии оптимального их использования. Это позволяет фактически абстрагироваться от многих посторонних факторов, искажающих величину цены ресурса, таких как уровень организации производства, квалификация и интенсивность труда. Кроме того, возможности двойственных оценок гораздо значительнее в отношении широты охвата природно-экономических факторов, воздействующих на целевую функцию, а также в отношении учета их взаимодействия.

Поступила в редакцию
27 II 1968

ЭКОНОМИКА 1968
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ том IV, вып. 5

О ПРИНЦИПАХ РАЗВИТИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРОМЫШЛЕННЫМ ПРЕДПРИЯТИЕМ

Н. П. ЛАПШИН

(Москва)

Создание автоматизированных систем управления промышленными предприятиями (АСУП) на основе использования экономико-математических методов и средств вычислительной техники потребовало решения ряда проблем, связанных с формализацией процесса функционирования предприятия.

Основная из них — создание модели системы управления предприятием, учитывающей оптимальность его функционирования. Возможны два подхода к решению этой проблемы. Первый из них предполагает создание «глобальной» модели системы управления предприятием, которая в дальнейшем детализируется до отдельных задач на основе методов декомпозиции. Основное преимущество этого подхода — комплексный учет всех требований, предъявляемых к объекту управления, и целей его функционирования. Теоретически этот путь позволяет построить оптимальную систему управления в строгом смысле. Однако слабой стороной такого подхода является отсутствие в настоящее время перспектив его практической реализации ввиду технической сложности, а также того, что еще нет детальной проработки всех теоретических сторон проблемы.

Поэтому в реальной действительности осуществляется второй подход, основанный на синтезе локальных рабочих моделей отдельных задач, соответствующих автоматизируемым функциям системы управления. Достоинством этого метода является его техническая реализуемость. Однако с теоретической точки зрения этот метод может привести к нежелательным последствиям в отношении оптимальности функционирования синтезированной таким образом системы управления.

Одним из центральных вопросов в решении противоречия между этими двумя подходами является формулирование критерия оптимальности функционирования системы управления и закономерностей его использования при решении различных задач.

Особенностью создания АСУП является частичная формализация процессов управления производством, так как автоматизируются не все функции системы управления, а только некоторые из них. Отсюда вытекает, что второй подход справедлив только для части системы управления. Так возникает практическая необходимость изучения закономерностей взаимодействия формализованной и неформализованной частей системы управления.

Решение поставленной проблемы можно найти в одновременном использовании обоих подходов к созданию модели системы управления предприятием, руководствуясь соображениями, основанными на «принципе дополнительности». Принимая за основу второй подход, основан-